William-Stern-Gesellschaft für Begabungsforschung und Begabtenförderung
Prof. Dr. Karl Kießwetter

Betr: Aufnahmetestung / HTMB

Liebe Eltern,

da wir - wie Sie sicher auch - sehr daran interessiert sind, dass die Aufnahmetestung möglichst so verläuft, dass die Ergebnisse nicht durch gesellschaftlich bedingte äußere Umstände verzerrt werden, müssen wir Sie zusätzlich anschreiben.

Leider fallen die Bearbeitungen unserer Testaufgaben in der letzten Zeit deutlich schlechter aus als vor 30 Jahren. Dabei sind die Unterschiede beim ersten Test, dem SAT-M, der das multiple-choice-Verfahren benutzt, bei dem also nur anzukreuzen ist, längst nicht so groß wie beim HTMB, der aus offenen Aufgaben besteht und bei dem die TeilnehmerInnen Ihre Ergebnisse und Überlegungen so in Antwortsätze einbringen müssen, dass die TestauswerterInnen hinreichend viele und verständliche Informationen für die Zuteilung von Beurteilungspunkten erhalten. (Über die beiden Tests kann man sich unter *www.hbf-mathematik.de* informieren).

Wir haben die Vermutung, – und weitere Indizien verstärken deren Plausibilität ganz erheblich -, dass die auffälligen Unterschiede zwischen den beiden testspezifischen Ergebnisverschlechterungen zu Ungunsten des HTMB ganz wesentlich durch (deutsch-)sprachliche und sprachlogische Defizite gegenüber dem Zustand vor 25 und 30 Jahren bedingt sind. Mathematik ist nicht primär Rechnerei und geometrisches Zeichnen, sondern vielmehr die Beschäftigung mit und das Wissen über vielfältige mathematische Strukturen und deren gegenseitige Abhängigkeiten und Vernetzungen, über die man reden können muss. Und dazu verwendet man unsere Sprache, der für mathematische Zwecke eine größere Anzahl von mathematikspezifischen Elementen angehängt und eingepasst worden ist und immer noch weiter angehängt und eingepasst wird, von denen Ihr Kind jedoch im Moment auch für den HTMB noch relativ wenig nötig hat. Für die Bearbeitung des HTMB genügen solide Fähigkeiten im Gebrauch der deutschen Sprache weitgehend.

Unser Konzept wurde in Zusammenarbeit mit einem erfahrenen Team der Johns-Hopkins-Universität in Baltimore/USA entwickelt, weist aber einige Unterschiede zum Vorgehen in den USA auf. Dazu hier ein Zitat aus der kurzen Chronik in der oben angegebenen Homepage:

In Baltimore ist das primäre Ziel, dass Hochbegabte schneller die Schule durchlaufen. In einem gewissen Gegensatz dazu steht hier in Hamburg die Konzentration auf die kreative Komponente und auf das Fertigwerden mit hoher Komplexität bei einer möglichst selbständigen Betätigung im Bereich der Mathematik sowohl beim Förderkonzept als auch bei der Entwicklung eines eigenen zusätzlichen Tests (HTMB = Hamburger Test für mathematische Begabung), der 1982 u.a. auch in Fördergruppen in Baltimore „vorgetestet" wurde.

Nun testet der HTMB neben Kreativität und dem Fertigwerden mit Komplexität offensichtlich auch Sprachvermögen ab, - und man könnte auf die Idee kommen, den Test wesentlich sprachärmer zu gestalten. Nach eingehenden Überlegungen verzichten wir jedoch auf eine derartige Verarmung. Unsere Begründung dafür ist zum einen, dass bei textarmer Aufgabenstellung kaum noch Möglichkeiten bestehen, Kreativität und Fertigwerden mit Komplexität einzubringen, und zum anderen, dass - wie oben schon angedeutet - die eigentliche Mathematik ohne routinierte Benutzung einer präzisen Sprache nicht denkbar ist und wir uns für unsere Arbeit in den Fördergruppen an dieser eigentlichen Mathematik orientieren. Bestärkt werden wir dabei durch den Sachverhalt, dass unsere amerikanischen Partner in Baltimore zwar kein HTMB-Äquivalent einsetzen, dafür aber neben dem SAT-Mathematik als zweiten Test einen SAT-Sprache in die Auswahl der geförderten Jugendlichen einbeziehen und mit dieser Testkombination ebenfalls sehr gute Auswahlergebnisse erzielen, - so wie wir in inzwischen mehr als 35 Jahren mit unserer Testkombination SAT-M/HTMB.

Unser Anliegen:

Wir bitten Sie dringend darum, Ihrem Kind zu helfen, damit es seine bei einer zukünftigen Bearbeitung des HTMB erzielten guten Überlegungen dadurch in eine gute Bewertung einfließen lassen kann, dass es uns von diesen Überlegungen hinreichend viel hinreichend genau schriftlich mitteilt.

Dazu sollten Sie mit ihm gemeinsam zuerst einmal den Text auf dem HTMB-Deckblatt durchlesen. Vor allem aber sollten Sie es dabei unterstützen, sich sinnvoll mit dem Übungsmaterial zu beschäftigen (falls nicht beigelegt: von der Homepage herunterholen).

Für einschlägige umfangreiche sprachliche Übungen finden Sie zwei extra dafür und deshalb besonders gestaltete Aufgaben. Diese unterscheiden sich in Form und Inhalt von den HTMB-Testaufgaben. Die Vorbereitungskonstellation für den SAT-M ist von anderer Art, da dort ein typisches SAT-Aufgabenset direkt zur Vorbereitung verwendet wird.

Wir bitten dringend, in dieser Hinsicht nichts durcheinander zu bringen. Zur Vorbereitung auf den HTMB geht es bei den Übungen primär darum, dass Ihr Kind eigene Überlegungen, (vermutete) Zusammenhänge usw. so gut formuliert, dass der/die LeserIn darüber hinreichend viele und eindeutige Informationen erhält. Ob dabei alles Formulierte mathematisch richtig ist und ob Rechtschreibefehler auftreten, ist erst einmal unwichtig!

Das Übungsmaterial besteht für jede der beiden Aufgaben aus zwei Teilen: aus dem Übungsteil, an dem Ihr Kind zuerst einmal längere Zeit allein arbeiten sollte, und aus dem Hilfeteil für die Eltern, nach dessen eingehender Lektüre Sie mit Ihrem Kind über Bearbeitungsergebnisse sprechen sollten – allerdings erst nach dessen wirklich intensiver und deshalb ausdauernder Beschäftigung mit dem Übungsteil, was z.B. mehr als eine Seite handgeschriebenen und in Form und Inhalt offensichtlich akzeptablen Text zu jeder der beiden Aufgaben liefern sollte. (Es ist sinnvoll, die Hilfeteile erst einmal unter Verschluss zu nehmen).

Wir wünschen Ihrem Kind ein gutes Gelingen!

Mit freundlichen Grüßen *K. Kießwetter*

Diese folgenden Seiten sind primär für Eltern/Betreuer für Ihre Hilfestellung bei der Vorbereitung der Kinder auf den HTMB gedacht!

Hilfen/Anregungen/ Lösungen zu Aufgabe 1

- Im Anschluss an den Text zu Aufgabe 1 könnten folgende Zusammenhänge/Begründungen zuerst gesehen werden. Es muss aber nicht so sein. Außerdem: Vermutlich wird von Kindern mehr an Beispielen orientiert und nicht so abstrakt wie in den folgenden Texten formuliert werden. Dagegen ist natürlich nichts zu sagen, wenn die Formulierungen genau genug sind.

Zusammenhang 3
In jeder Spalte steht genau eine durch 5 teilbare Zahl.

Zusammenhang 3a /Variation zu 3
In jeder Spalte steht genau eine durch 10 teilbare Zahl (genau eine Zahl mit einer 0 als Einerziffer).

Begründung zu beiden in Kurzform
Bei 5 hintereinanderliegenden natürlichen Zahlen ist genau eine durch 5 teilbar.

Zusammenhang 4
In jeder Spalte gibt es höchstens eine durch 7 teilbare Zahl.

Zusammenhang 4a / Erweiterung zu 4
In jeder Spalte gibt es höchstens eine durch u teilbare Zahl, wenn u ungerade und größer als 5 ist

Begründung
Bei 5 hintereinanderliegenden nat. Zahlen ist höchstens eine durch 7 (bzw. $u > 5$) teilbar.

Zusammenhang 5
Alle Zahlen der letzten Zeile sind durch 8 teilbar.

Begründung
Die Zahlen der letzten Zeile entstehen aus den Zahlen der ersten Zeile, indem man zu diesen 8 addiert. Und die Zahlen der ersten Zeile sind alle durch 8 teilbar.

Zusammenhang 6
Hinsichtlich der Teilbarkeit durch 3 gilt 3 Zeilen tiefer dasselbe wie in der Ausgangszeile.

Begründung
Die Spaltenzahlen 3 Zeilen tiefer erhält man durch Addition von $2*3 = 6$. Bei einer Addition eines Vielfachen von 3 geht aber die Teilbarkeit durch 3 weder verloren, noch kommt eine solche Teilbarkeit neu hinzu.

- Formale Aspekte sind wichtig, wenn sie helfen, bei Denkprozessen zu sortieren, in unserem Fall – und das gilt für die Mathematik insgesamt – zwischen Vermutungen/Aussagen und den zugehörigen Begründungen/Beweisen zu unterscheiden. Jedoch lassen wir uns durch Formalien nicht einengen. Wir würden uns deshalb auch über eine Formulierung der folgenden Art freuen, auch wenn es dort etwas durcheinander geht.

Feststellungen 7
Die Zahlen in der ersten Zeile müssen alle gerade sein, da bei der Berechnung mittels $Z^2 - 1$ aus einer ungeraden Zahl Z zuerst ein ungerades Quadrat wird, von dem dann noch 1 abgezogen wird, wodurch man schließlich eine gerade Zahl erhält. Bei den anderen Zeilen wird zu einem ungeraden Quadrat eine ungerade Zahl addiert, wodurch man auch dort stets gerade Zahlen erhält. Man kann die Entste-

hung der Zeilen 2 bis 4 aber auch so sehen, dass zu den geraden Zahlen der ersten Zeile 2, 4, 6 oder 8 addiert wird, wodurch stets wieder gerade Zahlen entstehen.

- Wir bitten Sie dringend darum, Ihre Kinder dazu zu bringen, auch dann etwas aufzuschreiben, wenn diese nur Muster und Zusammenhänge sehen oder vermuten, ohne begründen zu können. Mathematisch besonders Begabte haben zudem oft noch nicht ganz klare Ahnungen von Strukturen. Selbst in diesem Fall sollte etwas festgehalten werden, auch wenn es sich nur um wenige Stichworte, um Skizzen oder um Beispiele handelt. Allerdings muss der/die LeserIn auch dabei verstehen können, was gemeint ist. Im Falle unserer Aufgabe 1 könnte etwa Folgendes auftreten:

Zusammenhang 8
Die Vielfachen von 3, welche in der Tabelle besonders hervorgehoben sind, bilden darin ein über drei benachbarte Spalten reichendes Muster – man könnte ein M hineinlesen -, das sich immer so wiederholt, dass es periodisch mit der Periode 3 auftritt.

Gedanken über eine mögliche Begründung
Es gibt hier eine gewisse Ähnlichkeit mit der Begründung zu 6, allerdings müsste dazu die Differenz zwischen Z^2 und $(Z+3)^2$ ausgerechnet, als Vielfaches von 3 erkannt und schließlich geeignet in die Begründung eingebunden werden, wozu Kindern aus der 6. Klasse in der Regel die Routine fehlt. Wenn Ihr Kind also hier keine (genaue) Begründung findet, ist dies ganz und gar nicht schlimm. Und wenn es eine Ähnlichkeit zur Begründung bei 6 vermutete und dies hinschriebe, gäbe es auch dafür schon Pluspunkte.

Zusammenhang 9
Die Vielfachen von 5 bilden ein entsprechend periodisch auftretendes Muster (ein V) der Periode 5.

Bezüglich der Begründung gilt Entsprechendes wie bei 8

Zusammenhang 10
Von Spalte zu Spalte nehmen die Zahlen zuerst um $1*8$, dann um $2*8$, dann um $3*8$ zu usw., allgemein formuliert: von der Spalte S zur Spalte S+1 um $S*8$.

Zur Begründung
Auch diese Aussage kann man mit einfacher Routine leicht beweisen, wenn man einbezieht, dass die zur Spalte S gehörende Zahl Z gleich $2S-1$ ist und die zur Spalte S+1 gehörende gleich $2S+1$, - und wenn man dann die Differenz $(2S+1)^2 – (2S-1)^2$ zu $S*8$ berechnet. (Übrigens könnte man dies auch aus einer auch 12-Jährigen zugänglichen Legefigur gewinnen, wie sie bei Aufgabe 2 benutzt wird).

Bitte vermeiden Sie Missverständnisse!
Es geht uns primär darum, dass Ihr Kind für das Umgehen mit Texten und insbesondere für das für die Bewertung seiner Leistung im HTMB unverzichtbare Ideenaufschreiben noch etwas dazulernt. Es kann nicht darum gehen, dass Ihr Kind in nur wenigen Stunden alles an Zusammenhängen sieht, was möglich ist. So fehlt auch in unserer Auflistung sicher noch einiges. Z.B. steht dort nicht, dass die Zahlen aus der zweiten Zeile nur durch 2 (und nicht durch 4) teilbar sind, die in der dritten durch 4 usw.
Zu erwarten, Ihr Kind müsste alles entdecken, was wir hier festgehalten haben, wäre also unbillig. Sie sollten von Ihrem Kind jedoch erwarten, dass es sich viel Mühe gibt, seine Ideen verständlich aufzuschreiben, und dass es insbesondere das von ihm im ersten Durchlauf Hingeschriebene selbst einer Kritik unterzieht und es dann gegebenenfalls verbessert. Und bei schwierigen Passagen bieten sich nicht selten noch weitere Durchläufe an - übrigens auch beim Autor dieser Zeilen, der sich bei seinen Texten ebenfalls immer wieder auf mehrfache selbstkritische Umläufe einlassen muss (und trotzdem keine letzte Perfektion erreicht).

Hilfen/Anregungen/ Lösungen zu den Aufgaben 2

Die beiden Lösungstexte sind hier länger als die Einzeltexte bei Aufgabe 1. Umso weniger wird ein Kindertext mit dem folgenden, von einem Erwachsenen geschriebenen Text übereinstimmen. Um trotzdem einen Vergleich machen zu können, sind inhaltliche Komponenten, auf die man in der Regel Bezug nehmen muss, durch Unterstreichen hervorgehoben. Aber wer weiß, was sich ein begabtes Kindergehirn an Unüblichen noch ausdenken kann?! Und Sie erinnern sich sicher an unser Anliegen, dass Sie mehr auf ein sauberes und umfassendes Formulieren denn auf inhaltliche Mängel schauen sollten. Allerdings: Wenn nicht erklärt wird, was gemeint ist, sollte man doch nachfragen und gegebenenfalls nacharbeiten lassen.

Zu Aufgabe a

Eine ungerade Zahl Z kann man stets (in der Form $Z = 2S - 1$ schreiben und) auf eindeutige Weise in Teile S und S-1 zerlegen.

Beispiel: $Z = 37$, $S = (Z+1)/2 = 38/2 = 19$, $S - 1 = 18$

Aus dem Legesteinquadrat der Größe Z nimmt man den mittleren Stein heraus und bildet aus dem Rest - wie in der obigen Skizze ringsherum in einem „Kreis" liegende – 4 Heteromeken (was wegen der speziellen Heteromekenform stets möglich ist). Anders formuliert

$Z^2 - 1 = 4 * \text{Heteromeke}$ (könnte auch nur umgangssprachlich gefasst worden sein!)

Im Beispiel erhält man $361 - 1 = 4 * 90$

Jede Heteromeke hat als Inhalt und damit als Anzahl der umfassten Legesteine ein Produkt aus zwei unmittelbar benachbarten Zahlen, von denen deshalb eine gerade sein muss. Also gehört zu jeder Heteromeke eine gerade Zahl von Steinen.

In unserem Beispiel ist die Heteromekenzahl 90 als Produkt aus 10 und 9 entstanden.

Wenn man aber eine gerade Zahl mit 4 multipliziert, erhält man ein Vielfaches von 8,

in unserem Fall $4 * 90 = 8 * 45$.

Zu Aufgabe b

Der Lösungsweg hat hier viel Übereinstimmung mit dem Lösungsweg für Aufgabe a . Allerdings kommt man auf die Heteromekenstruktur nicht auf dem optischen Weg über eine altgriechische Legefigur. Wenn die Ähnlichkeit der beiden Lösungswege von Ihrem Kind erkannt wird, dann gratulieren wir diesem ganz besonders.

In unserem Beispiel hat man $6*5$ *senkrecht, und aus Symmetriegründen dann auch* $6*5$ *quer liegende Streichhölzer. Insgesamt also* $60 = 2*30 = 4*15$

Allgemein hat man $(L+1)*L$ *senkrecht und ebenso viele quer liegende Streichhölzer, also zusammen Streichhölzeranzahl = 2 * Heteromekenzahl , und da jede Heteromekenzahl gerade ist, gilt Streichhölzeranzahl = Vielfaches von 4 (Begründungen analog oben)*